

Dag 1: tall og regning

Notasjon og mengder

Symbol	Forklaring
$\in$	Er element i
$\subset$	Er delmengde (subset) av
$\implies$	Implikasjon
$\iff$	Ekvivalens
$\setminus$	Differanse (for mengder)
$\cap$	Snitt
$\cup$	Union
$\emptyset$	Den tomme mengden
$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$	De naturlige tallene
$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$	Heltallene
$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$	De rasjonale tallene
$\mathbb{R}$	De reelle tallene. Inkluderer både rasjonale og irrasjonale tall. Eksempler: $-\pi$, $-\frac{1}{5}$, 0 , 1 , $\sqrt{2}$

Mengde: En samling av objekter. Objektene kan være hva som helst, for eksempel tall eller funksjoner. Eksempler på mengder er $\mathbb{N}$ og $\mathbb{Z}$. Kalles "set" på engelsk

Elementer: Objektene i en mengde.

Intervaller

$\langle \rangle$ -parentesene brukes ikke på universitetet slik de brukes på videregående. Her er en "oversettelse" fra vanlig notasjon på videregående til det som er vanlig å skrive på universitetet.

Hva?	På videregående	På universitetet
Åpent intervall fra a til b	$\langle a, b \rangle$	(a, b)
Lukket intervall fra a til b	$[a, b]$	$[a, b]$
Åpent intervall fra a til ∞	$\langle a, \rightarrow \rangle$	(a, ∞)
Åpent intervall fra $-\infty$ til a	$\langle \leftarrow, a \rangle$	$(-\infty, a)$

Regneregler

Eksponenter: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $(ab)^m = a^m b^m$ $(a^m)^n = a^{mn}$ $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

Logaritmer: $\log_\alpha(a \cdot b) = \log_\alpha(a) + \log_\alpha(b)$ $\log_\alpha(a^x) = x \log_\alpha(a)$ $\log_b(x) = \frac{\log_\alpha(x)}{\log_\alpha(b)}$

Dag 2: Geometri og trigonometri

Tallverdier for standardvinkler

θ , grader	Radianer	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
0°	0	0	1	0
30°	$\pi/6$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{3}$
45°	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60°	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$
90°	$\pi/2$	1	0	undef.

Trigonometriske identiteter

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$$

$$\cos(-\theta) = \cos(\theta)$$

Trigonometriske funksjoner

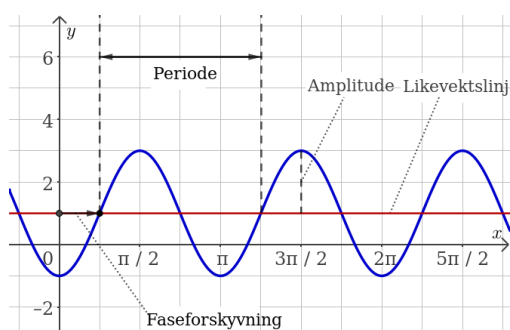
$$f(x) = A \sin(kx + \phi) + d.$$

Amplituden til grafen til f er $|A|$.

Perioden til f er $T = \frac{2\pi}{k}$.

Faseforskyvningen til grafen til f er ϕ .

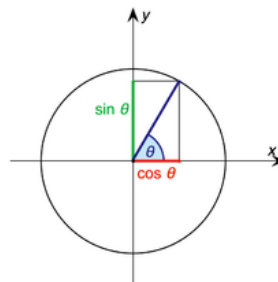
Likevektslinja til f er $y = d$.



Figuren viser begrepene beskrevet over (figur fra NDLA).

Her kan du lære mer om disse begrepene.

Sinus og cosinus på enhetssirkelen



Geometri i rommet

Ulike geometriske former kan beskrives med likninger. Hvor alle kombinasjoner av (x,y,z) som oppfyller likningen er gyldige punkter på den geometriske formen.

Plan

$$\text{Likning: } a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

Hvor (x_0, y_0, z_0) er et punkt på planet og a, b, c er normalvektoren til planet

Sirkel

$$\text{Likning: } (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$$

Hvor r er radius og (x_0, y_0) er sentrum i sirkelen

Kule

$$\text{Likning: } (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = r^2$$

Hvor r er radius og (x_0, y_0, z_0) er sentrum i kula

Dag 3: Funksjonsanalyse

Funksjonstypar:

Under er funksjonane ein lært på vidaregåande.

Navn	Funksjon
Polynom	$f(x) = x - 3$
Annengradspolynom	$g(x) = x^2 - x - 2$
Brøk	$i(x) = \frac{1}{x}$
Røtar	$j(x) = \sqrt{x}$
Ekspensialfunksjon	$k(x) = e^x$
Trigonometri	$h(x) = \sin x$

Ekstremal- og nullpunkt

Ekstremalpunkta er der grafen har lokale topp- eller bunnpunkt, i **Figure 1** vil det si A, B, C og D. Nullpunktta er der grafen krysser x-aksen, det vil si G, E og F.

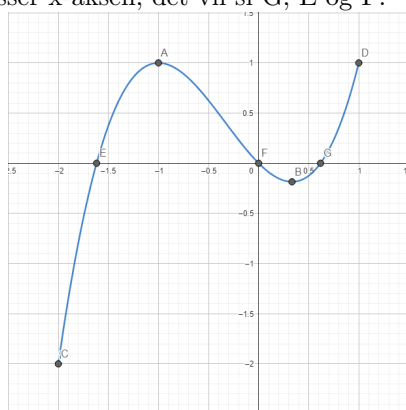


Figure 1: Ekstremal og nullpunkt for $x^3 + x^2 - x$

Ymse matematikarord

- **Definisjonsmengde:** Alle gyldige verdier av x til ein funksjon $f(x)$.
- **Verdimengde:** Alle verdiane $f(x)$ gir innenfor definisjonsmengda.
- **Grad av polynom:** Den høgaste verdien av n til eit polynom $p(x) = a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$

Derivasjon

Derivasjon er så mangt. Det kan blant annet være endring over eit lite intervall, stigningstalet til ein tangen på ein kurve eller ein haug med **reikneregla**.

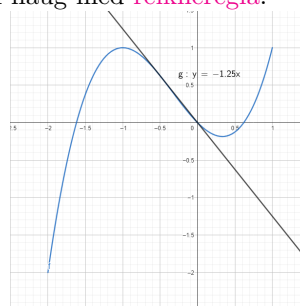


Figure 2: Tangenten i $(-0.5, 0.625)$ til $x^3 + x^2 - x$.

Asymptotar

Ein asymptote er ein rett linje som funksjonen f nærma seg når enten x går mot ein bestemt verdi eller mot $\pm\infty$. **Her** står det litt meir om korleis ein løyser asymptotar.

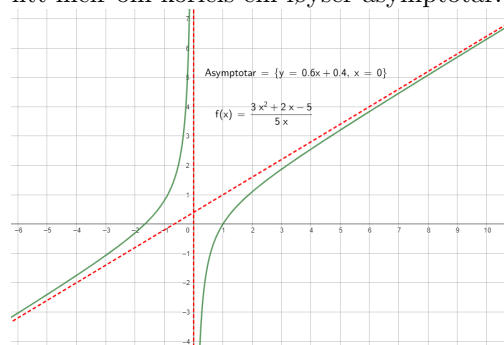


Figure 3: Asymptotane $y = 0.6x + 0.4$ og $x = 0$ til funksjonen $f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 5}{5x}$

Dag 4: Integrasjon

Ubestemt integral og antiderivasjon

Det *ubestemte integralet* er det generelle uttrykket for den antideriverte. For $f(x)$ kan det ubestemte integralet skrives som venstre siden i [Equation 1](#). Ligningen under gjelder når $F'(x) = f(x)$ og C er en konstant

$$\int f(x) dx = F(x) + C. \quad (1)$$

Bestemt integral og summasjon

Det bestemte integralet er koblet til summasjon på følgende måte. Hvis vi deler opp intervallet $[a, b]$ i n like store delintervaller med bredde $\Delta x = \frac{b-a}{n}$. La x_0 være minste verdi i det første delintervallet, x_1 være minste verdi i det andre delintervallet, osv. La

$$\mathcal{R}_n = f(x_0) \cdot \Delta x + f(x_1) \cdot \Delta x + \dots + f(x_{n-1}) \cdot \Delta x$$

$\mathcal{R}_n$ er en Riemannsummen over funksjonen $f(x)$ og det *bestemte integralet* til f fra a til b er da gitt ved

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathcal{R}_n \quad (2)$$

Dette er bare en annen måte å beskrive at man summerer over alle stolpene man kan lage under en graf som vist i [Figure 4](#)

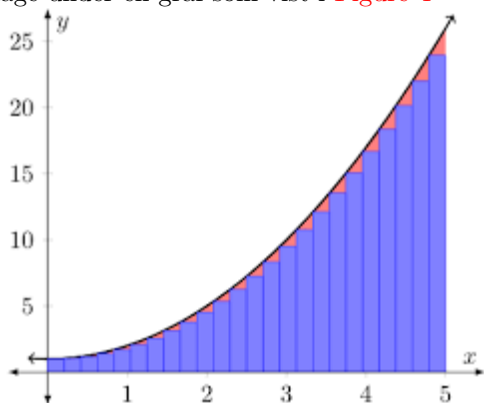


Figure 4: Visualisering av Riemannsummen i [Equation 2](#), (bilde hentet fra mathmatique.com)

Analysens fundamentalteorem

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Hvor

$$f(x) = F'(x)$$

Integrasjonsmetoder

Delvis integrasjon

$$\int f g' = f g - \int f' g$$

Substitusjon

$$\int f(u(x)) \cdot u'(x) dx = \int f(u) du$$

Arealet mellom to grafer

La A være arealet av flaten som er avgrenset av linja $x = a$, linja $x = b$ og grafene til de to funksjonene f og g . Dersom $f(x) \geq g(x)$ for $x \in [a, b]$, er

$$A = \int_a^b f(x) - g(x) dx$$

Omdreinningslegeme

En flate er avgrenset av x -aksen, linja $x = a$, linja $x = b$ og grafen til en funksjon f . Ved å dreie denne flaten 360° om x -aksen, får vi et omdreinningslegeme med volumet

$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$